

# 融合模糊聚类的 Mumford-Shah 模型

谢振平<sup>1</sup>, 王士同<sup>1,2</sup>

(1. 江南大学信息工程学院, 江苏无锡 214122; 2. 南京大学软件新技术国家重点实验室, 江苏南京 210016)

**摘要:** Mumford-Shah 模型和模糊聚类技术是图像分割的两类重要方法, 前者着重于控制图像分割区域的连通性和边界的光滑性, 而后者更多地分析了图像色彩的统计特征. 受此启发, 文中通过在第一种方法中融入模糊聚类技术, 提出了融合模糊聚类的 Mumford-Shah 模型(简称 FCMS 模型), 它能很好地结合两类方法各自的优点. 在 FCMS 中, 通过引入三个策略实现两类方法的融合, 理论分析可知, 现有的多类模糊聚类技术与许多 Mumford-Shah 模型的变形方法都能在此框架下很好地融合. 文中以 FCM 和基本 Mumford-Shah 模型为例, 给出了 FCMS 的一个具体实现, 并对其做了理论和实验上的分析研究, 所得结果证明了这一新模型的合理性与有效性.

**关键词:** 图像分割; 曲线进化; 模糊聚类; 水平集

**中图分类号:** TP391      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2008) 01-0127-06

## An Extended Mumford-Shah Model Integrated with Fuzzy Clustering

XIE Zhen ping<sup>1</sup>, WANG Shi tong<sup>1,2</sup>

(1. School of Information, Jiangnan University, Wuxi, Jiangsu 214122, China;

2. The National Key Laboratory of Novel Software Technologies, Nanjing, Jiangsu 210016, China)

**Abstract:** Fuzzy clustering and Mumford-Shah model are two fundamental methods for image segmentation. In this paper, an extended Mumford-Shah model integrated with fuzzy clustering, called FCMS, is presented. FCMS has some remarkable characteristics and better performance. The framework of FCMS consists of three strategies, which are also available for integrating various popular fuzzy clustering algorithms into many Mumford-Shah's variations. In particular, an example of FCMS using the FCM and original Mumford-Shah model is completely studied in this paper. The results on theoretical and experimental analysis demonstrate the rationality and effectiveness of the proposed model.

**Key words:** image segmentation; curve evolution; fuzzy clustering; level set

### 1 引言

图像处理是许多模式识别与人工智能方法的基础, 而图像分割则是许多高级图像处理技术的基础. 一般地, 数字图像可表示为一组像素的集合, 每个像素的特征既包含色彩特征(对于灰度图像则是灰度特征), 又有位置特征. 由实践经验可知, 颜色特征对于图像分割起主导作用, 色彩上的差异必将导致较大的视觉差异, 位置特征则作为一种辅助特征量对图像分割起引导作用, 如何很好地结合这两类特征是所有图像分割方法的重点与难点. 如基于模糊聚类技术<sup>[1,2]</sup>的图像分割方法主要地分析了第一类特征(有些方法部分地考虑了位置信息), 而 Mumford 和 Shah 提出的一种图像分割模型<sup>[3,4]</sup>(以下简称 Mumford-Shah 模型)及其变形<sup>[5,6]</sup>则较多地关注了第二类特征, 它保证了图像各分割区域的连通性和分割边界的光滑性. 但这两类方法(包含了几乎所有的

现存方法)还不能很好地同时考虑两类特征, 自然地, 如能结合上述两类方法, 将获得一个较好的图像分割模型. 受此启发, 文中提出了融合模糊聚类的 Mumford-Shah 模型(FCMS 模型), 它能很好地结合上述两类方法各自的优点, 也即能较好地综合考虑图像像素的色彩和位置特征.

### 2 Mumford-Shah 模型介绍

在图像分割领域, Mumford 和 Shah<sup>[3,4]</sup>于 1985 年提出的一种图像分割模型具有较大的影响力, 在此基础上, 许多类似的模型方法被提出并取得了很好的应用效果, 其模型可表述如下:

$$\inf_{u, \Gamma} \left\{ E(u, \Gamma) = \int_{\Omega} (u - I)^2 dx + \mu \int_{\Omega \setminus \Gamma} |\nabla u| dx + \nu \int_{\Gamma} ds \right\} \quad (1)$$

其中  $\mu > 0$  和  $\nu > 0$  是权重系数,  $I$  表示原始图像特征,  $u$  是  $I$  的最优分段光滑逼近,  $\Gamma$  是分割图像的边界集. 上

收稿日期: 2006-12-21; 修回日期: 2007-04-10

基金项目: 2004 年教育部优秀人才支持计划(No. NCET-04-0496); 模式识别国家重点实验室开放课题; 南京大学软件新技术国家重点实验室开放课题; 教育部重点科学基金项目(No. 105087); 国防应用基础研究基金(No. A1420061266); 国家 863 高技术研究发展计划(No. 2006AA10Z313)

述模型很好地描述了图像分割所要达到的目标,但问题(1)并不容易直接求解,通常可具体化  $u$  的形式来获得可解模型,若设  $u$  可由分段常数逼近,则上述模型便转化为如下的形式(可称为基本 Mumford-Shah 模型):

$$\inf_u \left\{ E(u, \Gamma) = \sum_i \int_{\Omega_i} (I - u_i)^2 dx + v \int_{\Gamma} ds \right\} \quad (2)$$

式中满足  $\Omega = \cup_i \Omega_i \cup \Gamma$ ,  $\Omega_i \cap \Omega_j = \emptyset$ ,  $i \neq j$ , 一般令  $u_i = \text{mean}(I)$  in  $\Omega_i$ . 对于问题(2), 可通过引入水平集函数的方法进行求解. 当分割区域数为 2 时(即对图像进行前、背景分割), 引入一个水平集函数  $\phi$ , 问题(2)可转换成如下的形式:

$$\inf_{u, \phi} \left\{ E(u_-, u_+, \phi) = \int_{\Omega} (I(x) - u_-)^2 H(\phi) dx + \int_{\Omega} (I(x) - u_+)^2 (1 - H(\phi)) dx + v \int_{\Omega} |\nabla H(\phi)| \right\} \quad (3)$$

其中  $\Omega_-$ 、 $\Omega_+$  表示图像分割的内、外区域, 水平集函数  $\phi(x): \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  其中  $\phi(\Gamma) = 0$ ,  $\Gamma$  称为  $\phi$  的 0 水平集, 同时约定  $x \in \Omega_-$  时  $\phi(x) < 0$ ,  $x \in \Omega_+$  时  $\phi(x) > 0$ ,  $H(\cdot)$  为 Heaviside 函数, 详见文献[3, 4]. 对于上述问题, 利用欧拉-拉格朗日泛函极值条件可得:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \delta_{\epsilon}(\phi) [(I(x) - u_-)^2 - (I(x) - u_+)^2 + v \cdot \nabla \left( \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right)] = 0 \quad (4)$$

$\delta_{\epsilon}(\cdot)$  为 Dirac 函数, 通过解上述偏微分方程可求得  $\phi$ , 并得到相应的图像分割结果.

### 3 融合模糊聚类的 Mumford-Shah 模型

在 FCMS 中, 提出以下三个策略(也称为 FCMS 模型框架)来实现模糊聚类与 Mumford-Shah 模型的融合.

(1) 把原模型中的区域能量项扩展为基于模糊聚类的区域能量项.

(2) 增加模糊聚类目标作为模型约束.

(3) 引入各分割区域间模糊隶属度的互斥约束.

对于上述策略, 简单分析可知, 目前大多数模糊聚类方法和许多 Mumford-Shah 变形方法均可应用于此. 文中分别以 FCM 和基本 Mumford-Shah 模型, 给出一个 FCMS 模型的实现.

对于大多数图像, 人眼总是首先把它分割为前、背景, 进一步, 若层次地执行这一过程, 则可实现更精细的分割. 由此, 对图像进行前、背景的分割是图像分割的一个重要且基本的处理方式. 当对图像作前、背景分割时, 前/背景应考虑由不止一个原型来平滑逼近, 则 Mumford-Shah 模型可扩展成如下的形式:

$$\inf_{V, U, \Gamma} \left\{ E(V, \Gamma) = \int_{x \in \Omega} \left[ \sum_{j=1}^{C_-} S_{jx} d_{jx}^2 \right] dx \right.$$

$$\left. + \int_{x \in \Omega_+} \left[ \sum_{k=C_+}^{C_+} S_{kx} d_{kx}^2 \right] dx + v \int_{\Gamma} ds \right\} \quad (5)$$

其中  $C_-$  和  $C_+$  分别为平滑前景和背景区域图像特征所需的分段数(称为区域原型数). 其中  $S_{lx} = \{1, 2, \dots, C_-, C_-, C_-, \dots, C_-, C_+, \dots, C_-, C_+\}$  取 0 或 1, 当  $I(x)$  可由原型  $l$  逼近时值为 1, 反之为 0, 显然有  $\sum_{j=1}^{C_+} S_{jk} = 1, \forall x$ .  $d_{lx}$  表示  $I(x)$  到原型  $l$  的距离, 取欧氏距离时, 则  $d_{lx} = \|I(x) - v_l\|$ ,  $\|\cdot\|$  表示向量的 2-范数, 文中均选用这一距离度量. 上式中若取  $C_- = C_+ = 1$ , 则等价于(2)中区域数等于 2 的情况. 式(5)中  $S_{lx}$  是待定变量, 且可看作是  $I(x)$  对原型  $l$  的隶属度, 自然地可对它进行模糊化, 分别用  $u_{jx}^m$  和  $u_{kx}^m$  替换式(5)中的  $S_{jx}$  和  $S_{kx}$ , 则上述问题转换成如下的形式:

$$\inf_{V, U, \Gamma} \left\{ E(V, U, \Gamma) = \int_{x \in \Omega_-} \left[ \sum_{j=1}^{C_-} u_{jx}^m d_{jx}^2 \right] dx \right.$$

$$\left. + \int_{x \in \Omega_+} \left[ \sum_{k=C_+}^{C_+} u_{kx}^m d_{kx}^2 \right] dx + v \int_{\Gamma} ds \right\}$$

$$\text{s. t. } \left\{ \sum_{j=1}^{C_-} u_{jx} + \sum_{k=C_+}^{C_+} u_{kx} = 1, \forall x; u_{lx} \geq 0, \forall l, x \right. \quad (6)$$

上式中  $u_{jx}$  和  $u_{kx}$  表示  $I(x)$  对各原型的隶属程度, 为求得  $u_{jx}$  和  $u_{kx}$  的合理取值, 可结合考虑模糊聚类技术, 增加模糊聚类目标作为约束(文献[1, 2]中所讨论的大多数模糊聚类算法均可作为约束引入). 文中采用经典的 FCM 聚类目标作为附加约束, 此时其形式如下:

$$\inf_{V, U} \left\{ E_{FCM}(V, U) = \int_{x \in \Omega} \left[ \sum_{j=1}^{C_-} u_{jx}^m d_{jx}^2 + \sum_{k=C_+}^{C_+} u_{kx}^m d_{kx}^2 \right] dx \right\}$$

$$\text{s. t. } \sum_{j=1}^{C_-} u_{jx} + \sum_{k=C_+}^{C_+} u_{kx} = 1, \forall x \quad (7)$$

前面我们已经实现了 FCMS 模型框架的前两个策略. 另一方面, 在实际情况中, 我们一般期望不同区域间的原型间具有更大的不相似度, 或者说隶属于某一区域中的点对其他区域中的原型具有较小的隶属度, 基于这一思想, 在新模型中进一步引入如下目标约束:

$$\inf_{V, U} \left\{ E_{sep}(V, U) = \int_{x \in \Omega_-} \left[ \sum_{j=1}^{C_-} \left( \sum_{k=C_+}^{C_+} u_{kx}^m \right) d_{jx}^2 \right] dx \right.$$

$$\left. + \int_{x \in \Omega_+} \left[ \sum_{k=C_+}^{C_+} \left( \sum_{j=1}^{C_-} u_{jx}^m \right) d_{kx}^2 \right] dx \right\} \quad (8)$$

对比式(5)可知, 上述约束应尽可能地趋向于 0. 至此, 综合式(6)、(7)和(8), 可得到如下的 FCMS 模型表达:

$$\inf_{V, U, \Gamma} \left\{ E(V, U, \Gamma) = \int_{x \in \Omega_-} \left[ \sum_{j=1}^{C_-} \left( u_{jx}^m + \lambda_r \sum_{k=C_+}^{C_+} u_{kx}^m \right) d_{jx}^2 \right] dx \right.$$

$$\left. + \int_{x \in \Omega_+} \left[ \sum_{k=C_+}^{C_+} \left( u_{kx}^m + \lambda_f \sum_{j=1}^{C_-} u_{jx}^m \right) d_{kx}^2 \right] dx \right.$$

$$+ \lambda \int_{x \in \Omega} \left\{ \sum_{j=1}^{C_-} u_{jx}^m d_{jx}^2 + \sum_{k=C_+}^{C_-+C_+} u_{kx}^m d_{kx}^2 \right\} dx + v \oint_{\Gamma} ds \} \\ \text{s.t. } \left\{ \sum_{j=1}^{C_-} u_{jx} + \sum_{k=C_+}^{C_-+C_+} u_{kx} = 1, \forall x; u_{lx} \geq 0, \forall l, x \right. \quad (9)$$

其中  $\lambda$  和  $\lambda_c$  为拉格朗日系数,  $\lambda$  通常可取 1(文中均取此值),  $C_-$  和  $C_+$  称为前、背景区域的原型数. 对于上述问题, 引入水平集函数  $\phi$ , 又由拉格朗日条件极值的必要条件, 则问题(9)可转换成如下的等价问题:

$$\inf_{v, u, \phi} \left\{ E(U, V, \phi) = \int_{x \in \Omega} \left[ \sum_{j=1}^{C_-} (u_{jx}^m + \sum_{k=C_+}^{C_-+C_+} u_{kx}^m) d_{jx}^2 \right] H(\phi) \right. \\ \left. + \left( \sum_{k=C_+}^{C_-+C_+} (u_{kx}^m + \sum_{j=1}^{C_-} u_{jx}^m) d_{kx}^2 \right) (1 - H(\phi)) \right] dx \\ + \lambda \int_{x \in \Omega} \left( \sum_{j=1}^{C_-} u_{jx}^m d_{jx}^2 + \sum_{k=C_+}^{C_-+C_+} u_{kx}^m d_{kx}^2 \right) dx \\ \left. + v \int_{\Omega} |\nabla H(\phi)| - \int_{\Omega} \lambda \left( \sum_{j=1}^{C_-} u_{jx} + \sum_{k=C_+}^{C_-+C_+} u_{kx} - 1 \right) dx \right\} \quad (10)$$

对于上述问题, 根据变分法求解泛函极值条件方法<sup>[8]</sup>, 其得解时的必要条件如下:

$$\delta_{\phi}(\phi) \left[ \sum_{j=1}^{C_-} ((\lambda_c + 1) u_{jx}^m + \sum_{k=C_+}^{C_-+C_+} u_{kx}^m) d_{jx}^2 \right] \\ - \sum_{k=C_+}^{C_-+C_+} ((\lambda_c + 1) u_{kx}^m + \sum_{j=1}^{C_-} u_{jx}^m) d_{kx}^2 + v \cdot \nabla \left( \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) = 0 \quad (11)$$

$$u_{jx} = \left[ \sum_{p=1}^{C_-} \left( \frac{(\lambda_c + H(\phi)) d_{jx}^2 + (1 - H(\phi)) \sum_{l=C_+}^{C_-+C_+} d_{lx}^2}{(\lambda_c + H(\phi)) d_{px}^2 + (1 - H(\phi)) \sum_{l=C_+}^{C_-+C_+} d_{lx}^2} \right)^{\frac{1}{m-1}} \right. \\ \left. + \sum_{q=C_+}^{C_-+C_+} \left( \frac{(\lambda_c + H(\phi)) d_{jx}^2 + (1 - H(\phi)) \sum_{l=C_+}^{C_-+C_+} d_{lx}^2}{(\lambda_c + 1 - H(\phi)) d_{qx}^2 + H(\phi) \sum_{l=1}^{C_-} d_{lx}^2} \right)^{\frac{1}{m-1}} \right]^{-1} \\ , \forall j, x \\ u_{kx} = \left[ \sum_{p=1}^{C_-} \left( \frac{(\lambda_c + 1 - H(\phi)) d_{kx}^2 + H(\phi) \sum_{l=1}^{C_-} d_{lx}^2}{(\lambda_c + H(\phi)) d_{px}^2 + (1 - H(\phi)) \sum_{l=C_+}^{C_-+C_+} d_{lx}^2} \right)^{\frac{1}{m-1}} \right. \\ \left. + \sum_{q=C_+}^{C_-+C_+} \left( \frac{(\lambda_c + 1 - H(\phi)) d_{kx}^2 + H(\phi) \sum_{l=1}^{C_-} d_{lx}^2}{(\lambda_c + 1 - H(\phi)) d_{qx}^2 + H(\phi) \sum_{l=1}^{C_-} d_{lx}^2} \right)^{\frac{1}{m-1}} \right]^{-1} \\ , \forall k, x \quad (12)$$

$$v_j = \frac{\int_{x \in \Omega} ((\lambda_c + H(\phi)) u_{jx}^m + H(\phi) \sum_{l=C_+}^{C_-+C_+} u_{lx}^m) I(x) dx}{\int_{x \in \Omega} ((\lambda_c + H(\phi)) u_{jx}^m + H(\phi) \sum_{l=C_+}^{C_-+C_+} u_{lx}^m) dx} , \forall j$$

$$v_k = \frac{\int_{x \in \Omega} ((\lambda_c + 1 - H(\phi)) u_{kx}^m + (1 - H(\phi)) \sum_{l=1}^{C_-} u_{lx}^m) I(x) dx}{\int_{x \in \Omega} ((\lambda_c + 1 - H(\phi)) u_{kx}^m + (1 - H(\phi)) \sum_{l=1}^{C_-} u_{lx}^m) dx} , \forall k \quad (13)$$

其中式(12)为必要条件时要求  $m > 1$ . 对于一阶偏微分方程(11), 引入时间步长  $\Delta t$ , 则可得关于  $\phi$  的进化方程:

$$\phi(t + 1) = \phi(t) + \Delta t \cdot \delta_{\phi}(\phi) \left[ \sum_{j=1}^{C_-} ((\lambda_c + 1) u_{jx}^m + \sum_{k=C_+}^{C_-+C_+} u_{kx}^m) d_{jx}^2 \right. \\ \left. - \sum_{k=C_+}^{C_-+C_+} ((\lambda_c + 1) u_{kx}^m + \sum_{j=1}^{C_-} u_{jx}^m) d_{kx}^2 + v \cdot \nabla \left( \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) \right] \quad (14)$$

综上, 给出如下的 FCMS 模型求解算法:

FCMS 模型求解算法

- 1 设定参数  $m, \lambda, C_-$  和  $C_+$  的值. 初始化分割边界, 并据此初始化水平集函数值, 并根据此水平集函数所得的图像分割结果初始化  $v_j, v_k, \forall j, k$ , 令  $t = 0$ ;
- 2 使用式(12)更新  $u_{jx}, u_{kx}, \forall j, k, x$ ;
- 3 使用式(14)求得  $\phi(t + 1)$ ;
- 4 求出分割边界, 必要时据此重新初始化水平集函数值;
- 5 使用式(13)更新  $v_j, v_k, \forall j, k$ ;
- 6 判定各函数值是否达到收敛稳定或总的迭代步骤达到设定值, 是则算法终止, 否则令  $t = t + 1$ , 并转 2.

上述算法为求解 FCMS 模型的标准实现方法, 根据已有文献, 对于这一类问题, 可采用快速算法来求解, 如窄带方法和快速匹配方法等, 详见文献[9, 10]. 至此, 我们已对区域数为 2 的 FCMS 进行了详细的描述, 对于多区域的情况, 限于篇幅, 文中不再讨论.

### 4 FCMS 模型分析

#### 4.1 FCMS 模型的一些基本特点

**特点 1** FCMS 模型在数学形式上更完整、更完善. 在 Mumford-Shah 模型及一些先前的相关模型中, 一些重要的中间变量是不能直接由模型自身求解得出的(这些变量主要如(2)中的  $u_i$ ), 它们一般采取如下两种方法: 一是引入经验公式估计求得; 另一种是由先验知识给出. 在 FCMS 模型中, 与这些变量起相似作用的是  $v_l$ , 然而与先前模型不同的是, 这一中间变量在 FCMS 模型中可由模型得解的必要条件直接求得, 而不再依赖于其他先验知识.

**特点 2** FCMS 模型能更好地综合考虑图像的全局与局部特征. 对于 Mumford-Shah 模型及现有相关方法来讲, 其对图像分割处理的最大贡献在于使分割的边界具有了更好的连续性和平滑性, 但这些方法, 没能很好地同时考虑图像的全局特征(如某一灰度或色彩在整个图像区域的分布情况), 这就造成了这些方法的初始

敏感性问题,即不同的初始化条件可能导致截然不同的分割结果,这显然会极大地限制其实际应用价值.与此相反,那些基于模糊聚类技术的图像分割方法较好地考虑了图像的全局特征,然而在对图像的局部细节处理能力上稍显不足.鉴于这一认识,文献[11,12]中已尝试了这两类技术方法的结合,与 FCMS 不同的是,它们没有使这两类方法融合入一个模型中,而是考虑顺次地采用两类方法来提高图像分割性能,显然前者更有吸引力.由于在 FCMS 模型体现了两类技术的特点,这使得它能很好地取长补短,同时发挥各自的优点.综上所述,FCMS 模型比 Mumford-Shah 模型及一些演变方法能更好地兼顾图像的全局特征,相比于基于模糊聚类的方法则能更好地考虑图像的局部特征.综合而言,FCMS 模型能更好地综合考虑图像的全局与局部特征.

**特点 3** FCMS 模型可看作是 Mumford-Shah 模型的一个泛化形式.在 FCMS 模型中,若  $C_- = C_+ = 1$ ,且  $m = 0$ , $\alpha = 0$  时,FCMS 模型即等价于模型(2).同时,FCMS 在一个分割区域内可设定由多个原型来平滑逼近,这大大拓宽了原模型的应用范围.

**特点 4** FCMS 更适用于某些特定的图像分割问题.在 FCMS 模型中,由于一个分割区域内可设定由多个原型来平滑逼近,使得模型具有了更大的灵活性.对于某些特定的图像分割问题,区域原型数经常可由先验知识获取,如生物医学图像分割和一些特殊的目标提取问题等,其前、背景的原型数一般可由图像自身特点决定.对于这类问题,设置的参数值反过来也将作为模型的一个重要约束条件,使得图像分割结果更具合理性,下文中实验结果对此作了很好的佐证.此外,有关聚类原型的先验知识也可方便地引入到 FCMS 中,以获得更合理的分割结果.

**特点 5** FCMS 模型仍具有较强的可扩展性.在现有的 Mumford-Shah 变形方法及相似方法中,除一小部分是对原模型的变形外,大部分是考虑在原模型中引入一些增强策略而实现的,如引入边界平滑增强策略<sup>[13]</sup>、图像纹理特征<sup>[14]</sup>、对象形状先验约束<sup>[15]</sup>和流形结构度量<sup>[16]</sup>等.显然,这些增强技术同样可引入到 FCMS 中,以满足更广泛的应用需求.

#### 4.2 FCMS 模型参数讨论

FCMS 模型中主要参数有  $C_-$ 、 $C_+$ 、 $m$  和  $\lambda$ ,其中参数  $C_-$  与  $C_+$  的设定对图像分割结果具有较大的影响.总的来说,除那些可由先验知识获得  $C_-$  或  $C_+$  的图像分割问题外,其他情况下的取值将是一个重要的任务,由于待分割图像的多样性,在理论上对它做更深入的分析是困难的,下文中实验部分将对此进行一些实验分析.对于  $m$  来讲,其参数选取对结果的影响主要体现在其对模糊聚类结果的影响上,因而文献中一些关于

模糊聚类中  $m$  取值的分析讨论均可借用于此,文中对此不再进行深入讨论.根据已有研究结果及实验比较得出取  $m = 2$  时能满足大多数的应用要求,下文实验中  $m$  均取此值.参数  $\lambda$  代表了模糊聚类约束的权重,取较大值时,模糊聚类目标对分割结果将具有较大的约束力.虽然如此,由于在 FCMS 模型算法中模糊聚类算法的求解过程稍不同于原先的求解方法(它部分结合了 Mumford-Shah 模型的性质),即使  $\lambda$  取很大的值,最终结果也将有别于原方法所得的结果,这也是我们所期望的,它将使得分割结果更具合理性.综上所述, $\lambda$  可取一个较大的值,由实验比较得出,可考虑取  $\lambda = 50$ .

#### 4.3 计算复杂度分析

对于 FCMS,其空间复杂度要求相对于当今的存储能力已微不足道,因而对计算性能起决定作用的是其时间复杂度.由 FCMS 的求解算法可得,其时间复杂度为  $O(L^* N)$ ,这与基本 Mumford-Shah 模型的时间复杂度相当,但由于其在每一次迭代中需要计算原型及隶属度,因而其实际计算时间要略高于后者.但相比于获得的性能提升而言,显然是值得的.

### 5 实验研究

这一部分我们以两类图像分割问题为研究对象,分析比较 FCMS 的性能.首先考虑区域原型数已知的情况;随后我们以自然图像分割为研究对象,考虑用多种区域原型数组合的方式,研究 FCMS 的分割性能.此外,在 5.1 中图像像素特征采用 HSV 颜色空间特征,5.2 中则采用 Lab 颜色空间特征.

#### 5.1 特定图像分割实验

文中特定图像分割问题是指图像需要分割成两个部分,分别称为前、背景(此时可由基本 FCMS 模型来求解此问题),同时  $C_-$ 、 $C_+$  可由先验知识给出.这类问题主要如一些特定的对象提取问题(如图 1 中所示的分割问题)及医学图像的分割问题等.

图 1 中列出了几种方法的桃子阴影图像分割结果,图中(b~e)分别对应 FCMS( $C_- = 1$ , $C_+ = 2$ )、FCM(聚类数目为 3)、ITCE<sup>[7]</sup>和模型(3)(以下简称 BMS 模型)所得的分割结果,列(a)中显示了 FCMS、ITCE 和 BMS 方法所用的初始水平集.其中 FCM 的分割结果用于分析 FCMS 模型性能时作为参照,而 ITCE 方法是一种较好的基于概率度量的曲线进化方法.

从图 1 中可以清晰地看出,FCMS 取得了较为满意的分割效果,而其他三种方法没有能够实现这一点.对比图中 FCMS 与 FCM 的实验结果可知,FCMS 的分割结果中体现了模糊聚类所得的结果,但又不仅仅由模糊聚类目标决定,它同时具有了 Mumford-Shah 模型的特

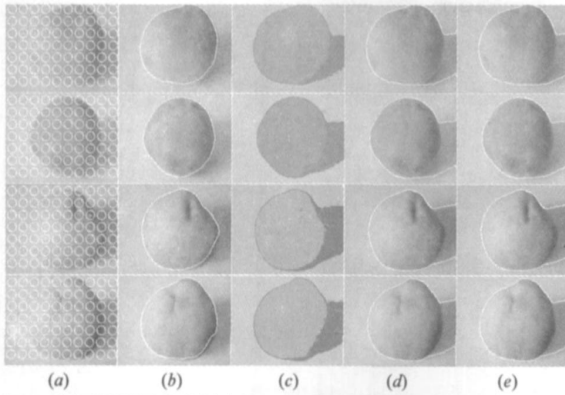


图 1 桃子阴影图像分割实验 (b-e)为分别由 FCMS ( $C=1, C_+=2$ )、FCM (聚类数目为 3)、ITCE 和 BMS 所得的分割结果, (a)中显示了 FCMS、ITCE 和 BMS 方法的初始水平集

点,这使得新模型较 FCM 具有了更好的聚类鲁棒性. 对于 FCM 来说, 虽然每个图像均只包含三个主体区域, 但图中阴影与桃子区域的边界附近具有一定的噪音数据, FCM 不能很好地对它们聚类划分. 对于 ITCE 来说, 在图中所采用的随机初始化条件下, 同样没有能取得合理的分割结果, 对于这类桃子阴影图像分割问题, ITCE 方法较强地依赖于初始条件, 进一步实验可以得出, 不同的初始水平集对最终分割结果具有较大的影响. 在这一点上, 大多数基于概率度量的曲线进化方法与此相似, 而 FCMS 则没有这种限制. 此外在 BMS 模型中由于单个分割区域不能由多个原型平滑逼近, 故对于这类问题, 不能实现单次正确的分割.

下面以一类白血细胞图像分割为例, 进一步研究 FCMS 模型在特定图像分割问题上的应用价值, 图 2 中列出了 FCMS、FCM、ITCE 和 BMS 对一组细胞图像的分割结果(依次由列 b~ e 给出, 列 a 中同样显示了几种

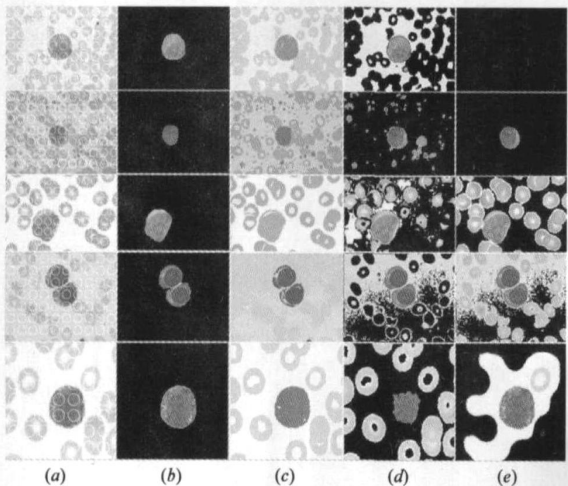


图 2 细胞图像提取实验 (b-e)为分别由 FCMS、FCM、ITCE 和 BMS 方法所得的分割结果, (a)中显示了 FCMS、ITCE 和 BMS 所采用的初始水平集, FCMS 中, 几种情况下均设为  $C_-=1, C_+=2$ , FCM 中  $C=C_+C_-$ .

方法所用的初始水平集), 其中除 FCM 给出了其分割结果外, 其余方法均给出了提取的感兴趣区域, 对于 FCMS 方法, 几个实验中均取  $C_- = C_+ = 2$ , FCM 中相应地取  $C = C_- + C_+$ . 对于图 2 中所所示的医学图像分割问题, 由于其成像方式和分割要求的特殊性, 其分割所得图像的前、背景原型数通常是已知的. 在这一先验条件下, FCMS 获得了令人满意的分割结果, 相比较而言, ITCE 虽能自适应地实现图像分割, 但却不能方便地结合这一先验知识, 在多数情况下也就不能取得合理的分割结果. 对于 BMS 方法, 同样不能解决此类问题, 在第一行的实验中甚至出现了没有找到合理前、背区域的情况. 综上可知, 对于这类问题, FCMS 方法不仅能取得计算时间上的优势, 在稳定性与强壮性上也同样具有优势. 另一方面, 就 FCMS 本身而言, 实验结果显示其确实很好地结合了曲线进化方法和模糊聚类技术两者的优点.

### 5.2 自然图像分割实验

这一部分以自然图像的分割为例, 考察 FCMS 在不同  $C_-$ ,  $C_+$  设置下的分割性能, 图 3 中列出了三个自然图像在不同设置下的分割结果, 其中第一个图像来源于文献[7], 其余图像选自 Berkeley 标准图像分割数据库[17]. 图中不同的分割结果图下方对应地列出了所设置的前、背景区域数, 图中给出的前、背图像均是在  $C_- = 1, C_+ = 2$  时的分割结果.

由图 3 中结果可以看出, 在不同的  $C_-$ ,  $C_+$  设置

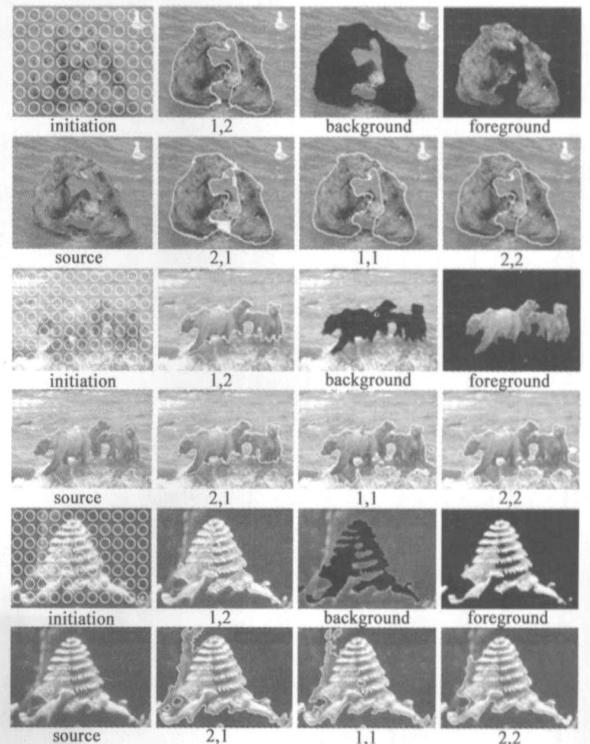


图 3 FCMS 在不同  $C_-, C_+$  下的自然图像分割结果

下,第一个图像取得了近似一致的分割结果,而对于后两个图像,分割结果则稍有不同,但所得结果也具有较大的重合度,且每种结果均可看作是一种合理的分割.进一步分析图中结果可知,对于FCMS来说,参数 $C_-$ , $C_+$ 对分割结果的影响主要体现在两者的相对取值上,而与绝对数值关系较小.显然,这一结论将使我们可以在稍微方便地选取合理的 $C_-$ , $C_+$ 值,当然由于自然图像分割问题自身的复杂性,如何合理地选取原型数仍是一个有待深入研究的问题.

## 6 结论与展望

文中通过在 Mumford-Shah 模型中引入模糊聚类策略,提出了融合模糊聚类的 Mumford-Shah(FCMS)模型,它能很好地结合两类方法各自的特点.理论与实验分析显示,它具有以下一些优点:(1)在数学形式上更完整、更完善;(2)更好地兼顾了图像的全局与局部特征;(3)延伸了 Mumford-Shah 模型的适用范围,对于一些特定分割应用更有效;(4)仍具有较大的可扩展性.受篇幅所限,文中没有对这种扩展(如引入图像的边界、梯度、纹理、对象形状先验等信息和边界平滑增强策略等)进行深入的讨论,但文中已分析说明这是可行的.

此外,文中提出的 FCMS 模型框架同样适用于其他一些曲线进化方法,可使它们与各种模糊聚类方法实现融合,以取得更好的图像分割效果.虽然如此,FCMS 模型中如何确定区域原型数仍是一个有待解决的问题.当然,现有的一些关于如何确定聚类数目的技术方法能够借用于此,这将是我们要深入研究的工作.此外我们也在尝试将 FCMS 应用于遥感影像这一类特定的图像分割处理中.

参考文献:

- [1] Jian Yu. General G means clustering model[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2005, 27(8): 1197-1211.
- [2] Rui Xu, Donald Wunsch II. Survey of clustering algorithms[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2005, 16(3): 645-678.
- [3] D Mumford, J Shah. Boundary detection by minimizing functionals[A]. In Proc CVPR 1985[C]. San Francisco, CA: IEEE Press, 1985. 22-26.
- [4] Mumford D, Shah J. Optimal approximations by piecewise smooth functions and associated variational problems[J]. Communications on Pure and Applied Mathematics, 1989, 42(5): 577-685.
- [5] T F Chan, L A Vese. Active contours without edges[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2001, 10(2): 266-277.
- [6] Songchun Zhu, Alan Yuille. Region competition: unifying snakes, region growing, and bayes/MDL for multiband image segmentation[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1996, 18(9): 884-900.

- [7] Junmo Kim, John W Fisher III, et al. A nonparametric statistical method for image segmentation using information theory and curve evolution[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2005, 14(10): 1486-1502.
- [8] 叶其孝,沈永欢.实用数学手册(第二版)[M].北京:科学出版社.2006.
- [9] D Adalsteinsson, J A Sethian. A fast level set method for propagating interfaces[J]. Journal of Computational Physics, 1995, 118(2): 269-277.
- [10] J Sethian. Adaptive fast marching and level set methods for propagating interfaces[J]. Acta Mathematica Universitatis Comenianae, 1998, 117(1): 3-15.
- [11] Nilanjan Ray, Scott T A. Image segmentation by curve evolution with clustering[A]. Conference Record of the Thirty-Fourth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, Pacific Grove[C]. CA, USA, 2000. 495-498.
- [12] Gibou F, Fedkiw R. A fast hybrid k-means level set algorithm for segmentation[A]. In 4th Annual Hawaii International Conference on Statistics and Mathematics[C]. Honolulu, Hawaii, 2005. 281-291.
- [13] F Precioso, M Barlaud, et al. Robust real-time segmentation of images and videos using a smoothing spline snake-based algorithm[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2005, 14(7): 910-924.
- [14] Chen Sagiv, Nir A Sochen, et al. Integrated active contours for texture segmentation[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2006, 15(6): 1633-1646.
- [15] Alban Foulonneau, Pierre Charbonnier, Fabrice Heitz. Affine invariant geometric shape priors for region based active contours[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2006, 28(8): 1352-1357.
- [16] Qilong Zhang, Richard Souvenir, Robert Pless. On manifold structure of cardiac MRI data: application to segmentation[A]. CVPR'06[C]. Washington, DC, USA: IEEE Computer Society Press, 2006. 1092-1098.
- [17] D Martin, C Fowlkes, D Tal, J Malik. A database of human segmented natural images and its application to evaluating segmentation algorithms and measuring ecological statistics[A]. ICCV 2001[C]. Los Alamitos, CA: IEEE Computer Society Press, 2001. 416-423.

作者简介:



谢振平 男,1979年12月出生于江苏常州,2002年毕业于江南大学食品学院.现为江南大学轻工信息技术与工程博士研究生.研究方向为模式识别与图像处理.

E-mail: xiezhenping@yahoo.com.cn